MATEMÁTICA

TEORIA

60 EXERCÍCIOS POR ASSUNTOS RESOLVIDOS E

21 QUESTÕES DE PROVAS DA FAPEC-MS

Emmental APOSTILAS

Site: emmentalapostilas.com.br
Facebook: Emmental Apostilas
Contato: contato@emmentalapostilas.com.br

SUMÁRIO

1. **CONJUNTOS NUMÉRICOS:** Inteiros, Fracionários. Operações: Adição, Subtração, Divisão, Multiplicação, Potenciação. Problemas Sobre as Operações: Adição, Subtração, Divisão, Multiplicação, Potenciação 05
Questões de Provas da FAPEC MS 21

2. **REGRA DE TRÊS SIMPLES** 23
Questões de Provas da FAPEC MS 25

3. **JUROS E DESCONTO SIMPLES** 26
Questões de Provas da FAPEC MS 28

4. **EQUAÇÕES DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAUS** 29
Questões de Provas da FAPEC MS 37

5. **ELEMENTOS DE GEOMETRIA:** Triângulos, Quadriláteros, Cubo 38
Questões de Provas da FAPEC MS 46

6. **SISTEMAS DE MEDIDAS:** Comprimento, Área, Volume, Massa, Capacidade, Tempo. Sistema Monetário Brasileiro .. 47
Questões de Provas da FAPEC MS 49

GABARITOS 50

MATEMÁTICA

1 CONJUNTOS NUMÉRICOS:

Inteiros, Fracionários. Operações: Adição, Subtração, Divisão, Multiplicação, Potenciação. Problemas Sobre as Operações: Adição, Subtração, Divisão, Multiplicação, Potenciação.

NÚMEROS NATURAIS E NÚMEROS RELATIVOS INTEIROS, OPERAÇÕES E PROPRIEDADES

Os conjuntos numéricos foram surgindo a partir da necessidade do homem de apresentar resultados para algumas operações matemáticas.

Inicialmente era preciso contar quantidades, criando-se assim o conjunto dos números naturais:
N = { 0,1,2,3,...}.

Conhecendo-se o conjunto dos números naturais como seria possível a operação (3 – 5)?

Para tornar sempre possível a subtração, foi criado o conjunto dos números inteiros relativos:
Z = { .....-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3,......}

Representação dos números inteiros na reta numérica

Vamos traçar uma reta e marcar o ponto 0 (origem), em que está o número real zero. À direta do ponto 0, com uma certa unidade de medida, assinalaremos os pontos que correspondem aos números positivos e à esquerda de 0, com a mesma unidade, assinalaremos os pontos que correspondem aos números negativos.

Reta numerada

Notas:

1. Os números inteiros positivos podem ser indicados sem o sinal de +.
   Ex.: +7 = 7
2. O zero não é positivo nem negativo
3. Todo número inteiro possui um antecessor e um sucessor.
   Exs.: +5 é o sucessor de +4
   -6 é o antecessor de -5
4. O valor absoluto ou módulo de um número inteiro é a distância desse número à origem.
   Exs.: | -7 | = 7
   | 0 | = 0
   | +5 | = 5

Números opostos ou simétricos

Na reta numerada, os números opostos estão a uma mesma distância do zero.

Observe que cada número inteiro, positivo ou negativo, tem um correspondente com sinal diferente.

Exs.: O oposto de +1 é -1.
O oposto de -3 é +3.
O oposto de +9 é -9.
O oposto de -5 é +5.

Nota:
O oposto de zero é o próprio zero.

Comparação de números inteiros

Observando-se a representação gráfica dos números inteiros na reta.

Reta numerada

Dados dois números quaisquer, o que está à direita é o maior deles, e o que está à esquerda, o menor deles.

Exemplos:

a) -1 > -4, porque -1 está à direita de -4.
b) +2 > -4, porque +2 está a direita de -4
c) -4 menor -2 , porque -4 está à esquerda de -2.
d) -2 menor +1, porque -2 está à esquerda de +1.

Operações com números inteiros

1. Adição

a) Adição de números inteiros positivos

A soma de dois números inteiros positivos é um número positivo.

Exemplos:

a) (+2) + (+5) = +7

b) (+1) + (+4) = +5

c) (+6) + (+3) = +9

Simplificando a maneira de escrever

a) +2 + 5 = +7

b) +1 + 4 = +5

c) +6 + 3 = +9

Observe que escrevemos a soma dos números inteiros sem colocar o sinal + da adição e eliminamos os parênteses das parcelas.

b) Adição de números inteiros negativos

A soma de dois números inteiros negativos é um número negativo

Exemplos:

a) (-2) + (-3) = -5

b) (-1) + (-1) = -2

c) (-7) + (-2) = -9

Simplificando a maneira de escrever

a) -2 – 3 = -5

b) -1 – 1 = -2

c) -7 – 2 = -9

Observe que podemos simplificar a maneira de escrever deixando de colocar o sinal de + na operação e eliminando os parênteses das parcelas.

c) Adição de números com sinais diferentes

A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os valores absolutos, dando-se o sinal do número que tiver maior valor absoluto.

Exemplos:

a) (+6) + (-1) = +5

b) (+2) + (-5) = -3

c) (-10) + (+3) = -7

Simplificando a maneira de escrever

a) +6 – 1 = +5

b) +2 – 5 = -3

c) -10 + 3 = -7

Nota:

Quando as parcelas são números opostos, a soma é igual a zero.

Exemplos

a) (+3) + (-3) = 0

b) (-8) + (+8) = 0

c) (+1) + (-1) = 0

Simplificando a maneira de escrever

a) +3 – 3 = 0

b) -8 + 8 = 0

c) +1 – 1 = 0

Nota:

Para obter a soma de três ou mais números adicionamos os dois primeiros e, em seguida, adicionamos esse resultado com o terceiro, e assim por diante.

Exemplos:

a) -12 + 8 – 9 + 2 – 6 =
= -4 – 9 + 2 – 6 =
= -13 + 2 – 6 =
= -11 – 6 =
= **-17**

b) +15 -5 -3 +1 – 2 =
= +10 -3 + 1 – 2 =
= +7 +1 -2 =
= +8 -2 =
= +6

Propriedades da adição

1) **Fechamento**: a soma de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
Ex.: (-4) + (+7) =(+3)

2) **Comutativa:** a ordem das parcelas não altera a soma.
Ex.: (+5) + (-3) = (-3) + (+5)

3) **Elemento neutro:** o número zero é o elemento neutro da adição.
Ex.: (+8) + 0 = 0 + (+8) = +8

4) **Associativa:** na adição de três números inteiros, podemos associar os dois primeiros ou os dois últimos, sem que isso altere o resultado.
Ex.: [(+8) + (-3)] + (+4) = (+8) + [(-3) + (+4)]

5) **Elemento oposto:** qualquer número inteiro admite um simétrico ou oposto.
Ex.: (+7) + (-7) = 0

2. Subtração

A operação de subtração é uma operação inversa à operação da adição.

Exemplos:

a) (+8) – (+4) = (+8) + (-4) = = +4

b) (-6) – (+9) = (-6) + (-9) = -15

c) (+5) – (-2) = (+5) + (+2) = +7

Notas:

1) Para subtrairmos dois números relativos, basta que adicionemos ao primeiro o oposto do segundo.
2) A subtração no conjunto Z tem apenas a propriedade do fechamento (a subtração é sempre possível)

Eliminação de parênteses

1) Parênteses precedidos pelo sinal positivo (+)

Ao eliminarmos os parênteses e o sinal positivo (+) que os precede, devemos conservar os sinais dos números contidos nesses parênteses.

Exemplos:

a) + (-4 + 5) = -4 + 5
b) + (3 + 2 – 7) = 3 +2 -7

2) Parênteses precedidos pelo sinal negativo (-)

Ao eliminarmos os parênteses e o sinal de negativo (-) que os precede, devemos trocar os sinais dos números contidos nesses parênteses.

Exemplos:

a) -(4 – 5 + 3) = -4 + 5 -3
b) -(-6 + 8 – 1) = +6 -8 +1
c) -(+8) – (-3) = -8 +3 = -5
d) -(+2) – (+4) = -2 – 4 = -6
e) (+10) – (-3) – (+3) = 10 + 3 – 3 = 10

3. Multiplicação

a) Multiplicação de dois números de sinais iguais

Observe os exemplos:

a) (+5) . (+2) = +10
b) (+3) . (+7) = +21
c) (-5) . (-2) = +10
d) (-3) . (-7) = +21

Conclusão:

Se os fatores tiverem sinais iguais o produto é positivo.

b) Multiplicação de dois números de sinais diferentes

Observe os exemplos:

a) (+3) . (-2) = -6
b) (-5) . (+4) = -20
c) (+6) . (-5) = -30
d) (-1) . (+7) = -7

Conclusão:

Se dois produtos tiverem sinais diferentes o produto é negativo.

Regra prática dos sinais na multiplicação

SINAIS IGUAIS: O RESULTADO É POSITIVO (+)

a)	(+)	.	(+)	=	(+)
b)	(-)	.	(-)	=	(+)

SINAIS DIFERENTES: O RESULTADO É NEGATIVO (-)

a)	(+)	.	(-)	=	(-)
b)	(-)	.	(+)	=	(-)

c) Multiplicação com mais de dois números

Multiplicamos o primeiro número pelo segundo, o produto obtido pelo terceiro e assim sucessivamente, até o último fator.

Exemplos:

a) (+3) . (-2) . (+5) = (-6) . (+5) = -30
b) (-3) . (-4) . (-5) . (-6) = (+12) . (-5) . (-6) = (-60) . (-6) = +360

Propriedades da multiplicação

1) **Fechamento:** o produto de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
Ex.: (+2) . (-5) = (-10)

2) **Comutativa:** a ordem dos fatores não altera o produto.
Ex.: (-3) . (+5) = (+5) . (-3)

3) **Elemento Neutro:** o número +1 é o elemento neutro da multiplicação.
Ex.: (-6) . (+1) = (+1) . (-6) = -6

4) **Associativa:** na multiplicação de três números inteiros, podemos associar os dois primeiros ou os dois últimos, sem que isso altere o resultado.
Ex.: (-2) . [(+3) . (-4)] = [(-2) . (+3)] . (-4)

5) **Distributiva**
Ex.: (-2) . [(-5) +(+4)] = (-2) . (-5) + (-2) . (+4)

4. Divisão

A divisão é a operação inversa da multiplicação

Observe:

a) (+12) : (+4) = (+3) , porque (+3) . (+4) = +12
b) (-12) : (-4) = (+3) , porque (+3) . (-4) = -12
c) (+12) : (-4) = (-3) , porque (-3) . (-4) = +12
d) (-12) : (+4) = (-3), porque (-3) . (+4) = -12

Regra prática dos sinais na divisão

As regras de sinais na divisão é igual a da multiplicação:

SINAIS IGUAIS: O RESULTADO É POSITIVO (+)

a)	(+)	:	(+)	=	(+)
b)	(-)	:	(-)	=	(+)

SINAIS DIFERENTES: O RESULTADO É NEGATIVO (-)

a)	(+)	:	(-)	=	(-)
b)	(-)	:	(+)	=	(-)

NÚMEROS FRACIONÁRIOS, OPERAÇÕES E PROPRIEDADES

Conhecendo-se o conjunto dos números inteiros como seria possível a operação (4:10)?

Para tornar sempre possível a divisão, foi criado o conjunto dos *Números Racionais*, formado por todos os números que podem ser escritos na forma de fração, são eles:

1) **Inteiros:** $\frac{10}{5} = 2$;

2) **Decimais exatos:** $\frac{1}{4} = 0{,}25$;

3) **Dízimas periódicas:** $\frac{1}{3} = 0{,}333...$

FRAÇÕES

As frações são números representados na forma $\frac{x}{y}$.

Exemplos: $\frac{7}{26}$; $\frac{10}{5} = 2$; $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

O número **x** é o numerador da fração e **y** o denominador.

Nota:
Para que uma fração exista é necessário que o denominador seja diferente de zero ($y \neq 0$).

Leitura de uma fração

Algumas frações recebem nomes especiais:

- 1/4 – um quarto
- 1/6 – um sexto
- 1/8 – um oitavo
- 2/5 – dois quintos
- 1/1000 – um milésimo
- 7/100 – sete centésimos
- 1/11 – um onze avos
- 7/120 – sete cento e vinte avos
- 4/13 – quatro treze avos

Classificação das Frações

Quanto à classificação a fração pode ser:

a) **REDUTÍVEL:** É quando a fração admite simplificação. Isso ocorre se o numerador e o denominador forem divisíveis por um mesmo número.

Ex.: na fração $\frac{4}{8}$ tanto o numerador quanto o denominador são números divisíveis por 4. Assim, podemos escrever que $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

b) **IRREDUTÍVEL:** É quando a fração não admite simplificação.

Ex.: A fração $\frac{7}{26}$ é uma fração que não admite simplificação.

c) **APARENTE:** É quando o numerador é múltiplo do denominador.

Ex.: $\frac{10}{5} = 2$.

d) **PRÓPRIA:** É uma fração irredutível que possui numerador **menor** que o denominador.

Ex.: $\frac{7}{26}$.

e) **IMPRÓPRIA:** É uma fração irredutível que possui numerador **maior ou igual** ao denominador.

Exs.: $\frac{26}{7}$; $\frac{26}{26}$.

f) **EQUIVALENTE:** Quando duas frações representam uma mesma parte do inteiro, são consideradas equivalentes.

Ex.: $\frac{4}{8}$ é uma fração equivalente à $\frac{1}{2}$, pois ambas representam metade de um inteiro.

Número Misto

Toda fração imprópria, que não seja aparente, pode ser representada por uma parte inteira seguida de uma parte fracionada.

Ex.: $\frac{26}{7} = 3\frac{5}{7}$, ou seja, $\frac{26}{7}$ representa 3 partes inteiras mais a fração própria $\frac{5}{7}$.

Processo

- Repetimos o denominador 7 da fração imprópria;
- Dividimos o número 26 por sete para obtermos a parte inteira 3;
- Colocamos como numerador da fração própria o resto da divisão obtida entre 26 e 7.

Operações entre Frações

1. Redução de Frações ao Menor Denominador Comum

Para reduzirmos duas ou mais frações ao menor denominador comum, devemos determinar o m.m.c dos denominadores, dividir o m.m.c encontrado pelos denominadores e, o resultado dessa divisão, multiplicar pelos numeradores.

Ex.: Reduzir as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$ ao menor denominador.

Processo:

$\frac{3}{4}, \frac{5}{6} = \frac{9}{12}, \frac{10}{12}$.

2. Comparação entre Frações

1° caso: Denominadores iguais

Dadas duas ou mais frações com o mesmo denominador, a maior dessas frações será aquela que tiver maior numerador.

Ex.: Comparando as frações $\frac{3}{4};\frac{7}{4};\frac{1}{4}$ teremos: $\frac{1}{4}<\frac{3}{4}<\frac{7}{4}$ ou $\frac{7}{4}>\frac{3}{4}>\frac{1}{4}$.

2° caso: Denominadores diferentes

Para compararmos duas ou mais frações que possuam denominadores diferentes, reduzimos as frações ao menor denominador comum e procedemos de acordo com o 1° caso.

Ex.: Compare as frações $\frac{3}{4};\frac{7}{6};\frac{1}{5}$.

Processo:

$$\frac{3}{4};\frac{7}{6};\frac{1}{5}=\frac{45}{60};\frac{70}{60};\frac{12}{60}\ .$$

Como $\frac{70}{60}>\frac{45}{60}>\frac{12}{60}$ temos que $\frac{7}{6}>\frac{3}{4}>\frac{1}{5}$.

3° caso: Numeradores iguais

Dadas duas ou mais frações com o mesmo numerador, a maior dessas frações será aquela que tiver menor denominador.

Ex.: Comparando as frações $\frac{4}{3};\frac{4}{7};\frac{4}{5}$ teremos $\frac{4}{3}>\frac{4}{5}>\frac{4}{7}$ ou $\frac{4}{7}<\frac{4}{5}<\frac{4}{3}$.

3. Adição e Subtração

1° caso: Adição ou subtração com denominadores iguais

Para adicionar ou subtrair frações com denominadores iguais, basta conservar o denominador comum e adicionar ou subtrair os numeradores.

Ex.: $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{3+4}{10}=\frac{7}{10}$

2° caso: Adição ou subtração com denominadores diferentes

Para adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, basta reduzirmos as frações ao menor denominador comum e procedermos como no primeiro caso.

Ex.: $\frac{5}{8}+\frac{2}{7}=\frac{35+16}{56}=\frac{51}{56}$

4. Multiplicação e Divisão

1° caso: Multiplicação

Para multiplicar duas ou mais frações, basta dividirmos o produto dos numeradores pelo produto dos denominadores.

Ex.: $\frac{9}{2}\cdot\frac{5}{3}=\frac{45}{6}=\frac{15}{2}$

Observação: Sempre que possível, devemos fazer a simplificação dos numeradores com os denominadores, antes de efetuarmos o produto. Essa simplificação pode ser feita com numerador e denominador da mesma fração ou então com numerador de uma fração e denominador de outra. Então, na operação anterior, teríamos:

$$\frac{\cancel{9}^{3}}{2}\cdot\frac{5}{\cancel{3}}=\frac{3\cdot5}{2}=\frac{15}{2}$$

2° caso: Divisão

Para dividir uma fração por outra, basta multiplicar a primeira pelo inverso da segunda.

Exemplo: $\frac{15}{2}\div\frac{3}{5}=\frac{15}{2}\cdot\frac{5}{3}=\frac{75}{6}=\frac{25}{2}$

FRAÇÃO DECIMAL

É toda fração cujo denominador é uma potência de 10 com expoente não nulo (10, 100, 1000...)

Exemplos:

a) $\frac{7}{10}$;

b) $\frac{3}{100}$;

c) $\frac{27}{1000}$.

NÚMEROS DECIMAIS EXATOS

As frações decimais podem ser escritas na forma de números decimais exatos.

Exemplos:

a) $\frac{7}{10}=0{,}7$;

b) $\frac{3}{100}=0{,}03$;

c) $\frac{27}{1000}=0{,}027$.

Nota:
Nos números decimais exatos, a vírgula separa a parte inteira da parte decimal.

Leitura de um número decimal exato

Para ler um, número decimal, procedemos do seguinte modo:

1°) Lê -se a parte inteira

2°) Lê-se a parte decimal, seguida da palavra:

décimos – se houver uma casa decimal.

centésimos – se houver duas casas decimais.

milésimos – se houver três casas decimais.

Exemplos:

a) 5,3 (cinco inteiros e três décimos).

b) 1,34 (um inteiro e trinta e quatro centésimos).

c) 12,007 (doze inteiros e sete milésimos).

Nota:

Se a parte inteira for igual a zero, lê-se apenas a parte decimal.

a) 0,4 – lê-se quatro décimos.

b) 0,38 – lê-se trinta e oito centésimos.

Transformação de fração decimal em número decimal

Escrevemos o numerador e contamos da direita para a esquerda tantas casas quanto são os zeros do denominador para colocarmos a vírgula

Exemplos:

a) $\frac{42}{10} = 4{,}2$

b) $\frac{135}{100} = 1{,}35$

c) $\frac{175}{1000} = 0{,}175$

Nota:

Quando a quantidade de algarismos do numerador não for suficiente para colocar a vírgula, acrescentamos zeros à esquerda do número.

Exemplos:

a) $\frac{29}{1000} = 0{,}029$

b) $\frac{7}{1000} = 0{,}007$

Transformação de número decimal em fração decimal

O numerador será o número decimal sem a vírgula, e o denominador é o número 1 acompanhado de tantos zeros quantos forem os algarismos do número decimal depois da vírgula.

Exemplos:

a) $0{,}7 = \frac{7}{10}$

b) $8{,}34 = \frac{834}{100}$

c) $0{,}005 = \frac{5}{1000}$

Operações com números decimais

1. Adição e Subtração

Colocamos vírgula debaixo de vírgula e operamos como se fossem números naturais.

Exemplos:

a) 2,64 + 5,19

2,64
5,19 +
____
7,83

b) 8,42 – 5,61

8,42
5,61 –
____
2,81

Nota:

Se o número de casas depois da vírgula for diferente, igualamos com zeros à direita

Exemplos:

a) 2,7 + 5 + 0,42

2,70
5,00 +
0,42
____
8,12

b) 4,2 – 2,53

4,20
2,53 –
____
1,67

2. Multiplicação de números decimais

1° caso: Multiplicação

Multiplicamos os números decimais como se fossem números naturais. O número de casas decimais do produto é igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

Exemplos:

a) 2,46 x 3,2

2,46
x3,2
____
7,872

b) 0,27 x 0,003

x0,27
0,003
_____
0,00081

Nota:
Na multiplicação de um número decimal por uma potência de 10 (10, 100, 1000, ...), basta deslocar a vírgula para a direita uma quantidade de casas equivalentes ao número de zeros da potência de dez.

Exemplos:
a) 3,785 x 10 = 37,85
b) 3,785 x 100 = 378,5
c) 3,785 x 1000 = 3785
d) 0,0928 x 100 = 9,28

2° caso: Divisão

Igualamos as casas decimais do dividendo e do divisor e dividimos como se fossem números naturais.

Exemplos:
a) 17,568 : 7,32
Igualando-se as casas decimais, teremos:
17568 : 7320 = 2,4
b) 12,27 : 3
Igualando-se as casas decimais, teremos:
1227 : 300 = 4,09

Nota:
Na divisão de um número decimal por uma potência de 10 (10, 100, 1000, ...), basta deslocar a vírgula para a esquerda uma quantidade de casas equivalentes ao número de zeros da potência de dez.

Exemplos:
a) 379,4 : 10 = 37,94
b) 379,4 : 100 = 3,794
c) 379,4 : 1000 = 0,3794
d) 42,5 ; 1000 = 0,0425

DÍZIMAS

São números que possuem infinitas casas decimais.

Exemplos:

$\frac{1}{3} = 0{,}3333...;$ $\frac{14}{9} = 1{,}5555...;$ $\frac{119}{90} = 1{,}32222...;$

$\sqrt{2} = 1{,}4142...;$ $\pi = 3{,}1415.....$

Os números $\frac{1}{3}$; $\frac{14}{9}$; $\frac{119}{90}$; $\sqrt{2}$; π são denominados **geratriz das dízimas** apresentadas acima.

Dízimas não periódicas

As dízimas não periódicas ou aperiódicas são aquelas que **não possuem período** definido. Dos exemplos citados acima é possível verificar que $\sqrt{2}$ e π geram dízimas não periódicas.

Dízimas periódicas

As dízimas periódicas são aquelas que **possuem período definido**. Dos exemplos citados anteriormente é possível verificar que $\frac{1}{3}$; $\frac{14}{9}$; $\frac{119}{90}$ geram dízimas periódicas.

Observações:

1) Todos os radicais inexatos geram dízimas aperiódicas;
2) Período é o número que se repete após a vírgula, na dízima periódica;
3) Dízimas periódicas simples são aquelas que apresentam o período logo após a vírgula;
4) Dízimas periódicas compostas são aquelas que apresentam parte não periódica (número que aparece entre a vírgula e o período);
5) O número que aparece à esquerda da vírgula é denominado parte inteira.

Representação e nomenclatura

Considere a dízima periódica 1,322222....

1,3(2)

$1{,}3\overline{2}$

Então,

- 1 é a parte inteira
- 3 é a parte não periódica
- 2 é o período

Obtenção da geratriz da dízima periódica

1º caso: Dízima periódica simples sem a parte inteira

O numerador da geratriz é formado pelo número que forma o período e, o denominador, por uma quantidade de "noves" que corresponde à quantidade de algarismos que o período possui.

Exemplo: 0,323232.... = $\frac{32}{99}$

0,(32)

$0,\overline{32}$

2º caso: Dízima periódica simples com a parte inteira

O numerador da geratriz é formado pela parte inteira seguida da periódica, menos a parte inteira. O denominador é formado por uma quantidade de "noves" que corresponde à quantidade de algarismos que o período possui.

Exemplo: 1,323232.... = $\frac{132-1}{99} = \frac{131}{99}$

$1,(32)$

$1,\overline{32}$

3º caso: Dízima periódica composta sem a parte inteira

O numerador da geratriz é formado pela parte não periódica seguida da periódica, menos a parte não periódica. O denominador é formado por uma quantidade de "noves" que corresponde à quantidade de algarismos que o período possui, seguido de uma quantidade de zeros que corresponde à quantidade de algarismos que a parte não periódica possui.

Exemplo: 0,4565656.... = $\frac{456-4}{990} = \frac{452}{990} = \frac{226}{495}$

$0,4(56)$

$0,4\overline{56}$

4º caso: Dízima periódica composta com a parte inteira

O numerador é formado pela parte inteira seguida da parte não periódica e periódica, menos a parte inteira seguida da parte não periódica. O denominador é formado por uma quantidade de "noves" que corresponde à quantidade de algarismos que o período possui, seguido de uma quantidade de zeros que corresponde à quantidade de algarismos que a parte não periódica possui.

Exemplo: 5,4565656.... = $\frac{5456-54}{990} = \frac{5402}{990} = \frac{2701}{495}$

$5,4(56)$

$5,4\overline{56}$

Nota:
Em cálculos que aparecem dízimas periódicas devemos transformá-las em frações, antes de efetuarmos as operações.

MÚLTIPLOS E DIVISORES, MÁXIMO DIVISOR COMUM E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

DIVISÃO EUCLIDIANA

Numa divisão Euclidiana é possível identificar o dividendo, divisor, quociente e o resto.

$$\begin{array}{l|l} \textbf{Dividendo} & \underline{\textbf{divisor}} \\ \\ \textbf{resto} & \textbf{quociente} \end{array}$$

Podemos relacionar o Dividendo (D), o quociente (Q), o divisor (d) e o resto (R) através de uma equação. Assim,

$\boxed{D = Q \cdot d + R}$

Observações:

1. O menor resto possível é zero;
2. O maior resto possível é uma unidade menor que o quociente;
3. $0 \le \text{resto} < \text{quociente}$;
4. Considere dois números A e B. Dizemos que A é divisível por B quando o resto da divisão for zero.

MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Considere a operação 2 . 5 = 10. Nesta operação pode-mos verificar que:

- 2 e 5 são divisores do número 10
- 2 e 5 são fatores do número 10
- 10 é múltiplo dos números 2 e 5
- 10 é divisível por 2 e 5

NÚMEROS PRIMOS

Um número natural diferente de *zero* e 1 será primo se, e somente se, for divisível por 1 e por ele mesmo. Ou seja, quando o número possuir apenas *dois* divisores naturais.

Ex.: Os números {2,3,5,7,11,13,17,19,23, ...} são alguns dos infinitos números primos.

Observações:

1. O número 2 é o único par que é primo.
2. Os números {4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20,21,22, ...} são considerados **números compostos**. Esses números podem ser escritos em função de uma multiplicação entre números primos. Podemos tomar como exemplo o número 6 que pode ser escrito em função dos primos 2 e 3, pois, 6 = 2.3.

OBTENÇÃO DO MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.)

1. Através da decomposição simultânea

Em alguns casos o método utilizado acima se torna trabalhoso. O m.m.c. de dois ou mais números naturais pode ser encontrado através da decomposição simultânea dos números dados.

Ex.: Encontre o m.m.c dos números 120 e 84.

$$\begin{array}{r|l} 120,\ 84 & 2 \\ 60,\ 42 & 2 \\ 30,\ 21 & 2 \\ 15,\ 21 & 3 \\ 5,\ 7 & 5 \\ 1,\ 7 & 7 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

m.m.c.(120, 84) = 2^3.3.5.7 = 840

O m.m.c.(120, 84) é obtido através do produto entre os fatores primos encontrados através da decomposição simultânea dos números 120 e 84.

2. Através da decomposição simples

O m.m.c também pode ser obtido através da decomposição *particular* de cada um dos números dados.

Ex.: Encontre o m.m.c dos números 120 e 84.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

120 = 2^3.3.5

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

84 = 2^2.3.7

O m.m.c.(120, 84) é dado pela multiplicação dos fatores primos comuns e não comuns, com maior expoente possível.

Logo, **m.m.c.(120, 84) = 2^3.3.5.7 = 840**.

Nota:

Nas decomposições acima se pode observar que 2 e 3 são fatores primos comuns e que 5 e 7 são fatores primos não comuns.

PROBLEMAS ENVOLVENDO M.M.C.

O m.m.c pode ser utilizado na resolução de problemas que envolve fatos ou fenômenos cíclicos ou repetitivos.

Exercícios Resolvidos

1. Dois ciclistas saem juntos, no mesmo instante e no mesmo sentido, do mesmo ponto de partida de uma pista circular. O primeiro dá uma volta em 132 segundos e o outro em 120 segundos. Calcule os minutos que levarão para se encontrar novamente.

a) 1.320
b) 132
c) 120
d) 60
e) 22

Resolução: Temos aí um clássico problema de m.m.c.

O primeiro ciclista dá uma volta em 132 segundos.

O segundo ciclista dá uma volta em 120 segundos.

Existiu uma coincidência. A próxima coincidência ocorrerá no m.m.c. entre 132 e 120.

132	2
66	2
33	3
11	11
1	

132 = 2^2.3.11

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

2^3.3.5

m.m.c.(132, 120) = 2^3.3.5.11 = 8.3.5.11 = 1.320 segundos.

A questão pediu a resposta em minutos. Como 1 minuto corresponde a 60 segundos, para obtermos a resposta em minutos basta dividirmos 1.320 por 60.

1320 segundos	60
120 segundos	**22 minutos**
0	

Logo a alternativa correta é a letra "**e**".

2. **(PUC–SP)** Numa linha de produção, certo tipo de manutenção é feita na máquina A a cada 3 dias, na máquina B, a cada 4 dias, e na máquina C, a cada 6 dias. Se no dia 2 de dezembro foi feita a manutenção nas três máquinas, após quantos dias as máquinas receberão manutenção no mesmo dia.

Resolução:

Temos que determinar o m.m.c entre os números 3, 4 e 6.

3, 4, 6	2
3, 2, 3	2
3, 1, 3	3
1, 1, 1	

m.m.c.(3, 4, 6) = 2^2.3. = 4.3 = 12

Dessa forma, concluímos que após 12 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 14 de dezembro.

3. Um médico, ao prescrever uma receita, determina que três medicamentos sejam ingeridos pelo paciente de acordo com a seguinte escala de horários: remédio A, de 2 em 2 horas, remédio B, de 3 em 3 horas e remédio C, de 6 em 6 horas. Caso o paciente utilize os três remédios às 8 horas da manhã, qual será o próximo horário de ingestão dos mesmos?

Resolução:

Calcular o m.m.c. dos números 2, 3 e 6.

2, 3, 6	2
1, 3, 3	3
1, 1, 1	

m.m.c.(2, 3, 6) = 2.3. = 6

O mínimo múltiplo comum dos números 2, 3, 6 é igual a 6.

De 6 em 6 horas os três remédios serão ingeridos juntos. Portanto, o próximo horário será às 14 horas.

OBTENÇÃO DO MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C.)

1. **Através da decomposição simples**

O m.d.c. também pode ser obtido através da decomposição *particular* de cada um dos números dados.

Ex.: Encontre o m.d.c. dos números 120 e 84.

Como vimos anteriormente:

120 = 2^3.3.5 e **84 = 2^2.3.7**.

O m.d.c. (120, 84) é dado pela multiplicação dos fatores primos comuns, com menor expoente possível. Logo, **m.d.c.(120, 84) = 2^2.3 = 12**.

2. **Através do método das divisões sucessivas**

O método das divisões sucessivas será utilizado para obtenção do m.d.c. de apenas *dois* números naturais. O método é utilizado da seguinte forma:

1) Divide-se o maior número pelo menor.
2) Divide-se o divisor pelo resto obtido na primeira divisão.
3) Repete-se o mesmo procedimento até que se encontre um resto zero.
4) O m.d.c. será o divisor obtido quando se tem resto zero.
5) Considere dois números naturais A e B, onde A é múltiplo de B. Neste caso, pode-se afirmar que m.m.c.(A,B) = A e, como B é divisor de A, o m.d.c.(A,B) = B.
6) Dados dois números naturais A e B se pode afirmar que: m.m.c.(A,B) . m.d.c.(A,B) = A.B.

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

Dois ou mais números naturais são primos entre si quando a decomposição desses números não apresentarem fatores primos comuns.

Ex.: Considere os números 45 e 14. Como **45 = 3^2.5** e **14 = 2.7**, os mesmos não apresentam fatores comuns e, portanto, são *primos entre si*.

Observações:

1. O m.d.c. de dois ou mais números primos entre si é 1.
2. O m.m.c. de dois ou mais números primos entre si é o produto desses números.
3. *Dois* números naturais consecutivos sempre serão primos entre si.

PROBLEMAS ENVOLVENDO M.D.C.

Exercícios Resolvidos

4. Uma indústria de tecidos fabrica retalhos de mesmo comprimento. Após realizarem os cortes necessários, verificou-se que duas peças restantes tinham as seguintes medidas: 156 centímetros e 234 centímetros. O gerente de produção ao ser informado das medidas, deu a ordem para que o funcionário cortasse o pano em partes iguais e de maior comprimento possível. Como ele poderá resolver essa situação?

Resolução:

Devemos encontrar o m.d.c. entre 156 e 254, esse valor corresponderá à medida do comprimento desejado.

156	2
78	2
39	3
13	13
1	

156 = 2^2.3.13

234	2
117	3
39	3
13	13
1	

234 = 2.3^2.13

m.d.c.(156, 234) = 2.3.13 = 78

Portanto, os retalhos podem ter 78 cm de comprimento.

5. Uma empresa de logística é composta de três áreas: administrativa, operacional e vendedores. A área administrativa é composta de 30 funcionários, a operacional de 48 e a de vendedores com 36 pessoas. Ao final do ano, a empresa realiza uma integração entre as três áreas, de modo que todos os funcionários participem ativamente. As equipes devem conter o mesmo número de funcionários com o maior número possível. Determine quantos funcionários devem participar de cada equipe e o número possível de equipes.

Resolução:

Determinando o número total de funcionários de cada equipe:

Encontrar o m.d.c. entre os números 48, 36 e 30.

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

30	2
15	3
5	5
1	

Decomposição em fatores primos:

48 = 2^4.3

36 = 2^2.3^2

30 = 2.3.5

m.d.c.(48, 36, 30) = 2.3 = 6

<u>Determinando o número total de equipes</u>:

48 + 36 + 30 = 114 → 114 : 6 = 19 equipes

O número de equipes será igual a 19, com 6 participantes cada uma.

6. Um comerciante quer distribuir 60 laranjas, 72 maças, 48 peras e 36 mangas entre várias sacolas, de modo que cada uma recebesse o mesmo e o maior número possível de uma espécie de fruta. Qual o número total de sacolas obtidas?

<u>Resolução</u>:
<u>Determinando o número total de frutas de cada sacola</u>:

Encontrar o m.d.c. entre os números 60, 72, 48 e 36.

60	2	72	2	48	2	36	2
30	2	36	2	24	2	18	2
15	3	18	2	12	2	9	3
5	5	9	3	6	2	3	3
1		3	3	3	3	1	
		1		1			

Decomposição em fatores primos:

$60 = 2^2.3.5$

$72 = 2^3.3^2$

$48 = 2^4.3$

$36 = 2^2.3^2$

m.d.c.(60, 72, 48, 36) = $2^2.3 = 4.3 = 12$

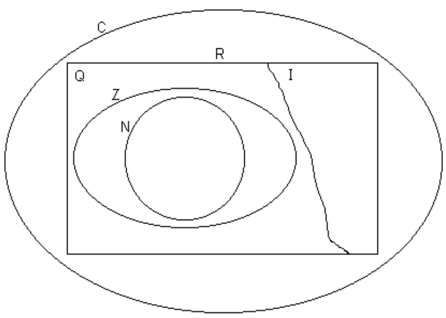
<u>Determinando o número total de sacolas</u>:

60 + 72 + 48 + 36 = 216 → 216 : 12 = 18 sacolas

O número de sacolas será igual a 18, com 12 frutas cada uma.

NÚMEROS REAIS

O diagrama abaixo representa de forma simplificada o conjunto dos números reais:



N: *Naturais*
Z: Inteiros
Q: Racionais
I: Irracionais
R: Reais
C: Complexos

✦ **CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS (N):** O conjunto dos *Números Naturais* é representado por **N** = {0,1,2,3,4,5,...}.

Nota:

N* = {1,2,3,4,5,...} representa o conjunto dos *Números Naturais não nulos*.

✦ **CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS (Z):** O conjunto dos *Números Inteiros* é representado por **Z** = {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...}.

Notas:

$\mathbf{Z^*}$ = {...,-3,-2,-1,1,2,3,4,...} representa o conjunto dos *Números Inteiros não nulos*.

$\mathbf{Z^*_+}$ = {1,2,3,4,...} representa o conjuntos dos *Números Inteiros Positivos* que equivale ao conjunto dos *Números Naturais não nulos*.

$\mathbf{Z_+}$ = {0,1,2,3,4,...} representa o conjunto dos *Números Inteiros não negativos* que é equivalente ao conjunto dos *Números Naturais*.

$\mathbf{Z^*_-}$ = {...,-4,-3,-2,-1} representa o conjunto dos *Números Inteiros Negativos*.

$\mathbf{Z_-}$ = {...,-3,-2,-1,0} representa o conjunto dos *Números Inteiros não positivos*.

✦ **CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS (Q):** O conjunto dos *Números Racionais* é obtido através da união dos Números Inteiros e as frações não aparentes positivas e negativas. Assim, todo Número Racional pode ser escrito na forma a/b, com $a \in Z$, $b \in Z$ e $b \neq 0$.

Ex.: {-2,-3/2,-1,-1/2,1/3, ...}

De acordo com os exemplos é possível notar que os Números Racionais podem gerar números *decimais exatos* (-3/2 = -1,5) ou números *decimais periódicos* (1/3 = 0,333 ...).

✦ **CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS (I):** Número Irracional é todo número que está ou pode ser escrito na forma decimal infinita e não-periódica.

Exemplos:

Um dos números irracionais mais conhecidos é o π, que se obtém dividindo o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro (π = 3,141592 ...).

As raízes quadradas não exatas de números naturais também são números irracionais ($\sqrt{3}$ = 1,7320508 ...).

✦ **CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS (R):** O conjunto dos Números Reais é dado pela união dos conjuntos de Números Racionais e Irracionais.

✦ **CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS (C):** A raiz de um radical de índice par e radicando negativo é impossível em R, pois, por exemplo, não existe número real que, elevado ao quadrado, dê um número negativo.

Exemplo: $\sqrt{-4}$ não é um Número Real; é um *Número Complexo*.

POTENCIAÇÃO

Considere dois números naturais **x** e **n**, com **n > 1**. Denominamos potência de base **x** elevada ao expoente **n**, o número x^n que é o produto de **n** fatores iguais a **x**. Assim,

$$x^n = \underbrace{x.x.x.x \ldots x}_{\text{n fatores}}$$

Ex. $5^3 = 5.5.5 = 125$

Notas:

- Numa potência de base for negativa, se o expoente for par o resultado será positivo e, se o expoente for ímpar, teremos um resultado negativo.

  Exs.: $(-2)^4 = 16$ e $(-2)^3 = -8$

- Para elevar uma fração a um expoente, elevam-se o numerador e o denominador da fração a esse expoente:

  $$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

  Ex.: $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{2.2.2}{5.5.5} = \frac{8}{125}$.

1. Definições

1.1. Número elevado ao expoente nulo

Por definição temos $\boxed{x^0 = 1}$, desde que $x \neq 0$.

Exs.: $3^0 = 1$; $\left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1$; $\left(\sqrt{6}\right)^0 = 1$

0^0 = Indeterminado

1.2. Número elevado ao expoente unitário

Por definição temos $\boxed{x^1 = x}$.

Exs.: $3^1 = 3$; $\left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$; $\left(\sqrt{2}\right)^1 = \sqrt{2}$

$0^1 = 0$

1.3. Potência de expoente inteiro negativo

Por definição temos $\boxed{x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n = \frac{1^n}{x^n} = \frac{1}{x^n}}$.

Exs.: $5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{125}$;

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

$$0^{-3} = \left(\frac{1}{0}\right)^3 = \frac{1^3}{0^3} = \frac{1}{0} = \nexists$$

Nota:

zero $^{\text{negativo}}$ = $\nexists$ (não existe solução)

2. Propriedades

2.1. Produto de potências com bases iguais

Devemos conservar a base e somar os expoentes:

$$\boxed{x^n \cdot x^m = x^{n+m}}$$

Exs.: $5^3 \cdot 5^2 = 5^{3+2} = 5^5 = 3125$

$2^{-3} \cdot 2^5 = 2^{-3+5} = 2^2 = 4$

Nota:

Os expoentes permanecem com os mesmos sinais durante a operação.

2.2. Divisão de potências com bases iguais

Devemos conservar a base e subtrair os expoentes:

$$\boxed{\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}}$$

Exs.: $\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

$\frac{2^4}{2^{-3}} = 2^{4-(-3)} = 2^{4+3} = 2^7 = 128$

Nota:

O sinal do expoente do denominador muda durante a operação.

2.3. Potência de uma potência

Devemos conservar a base e multiplicar os expoentes:

$$\boxed{\left(x^n\right)^m = x^{n \cdot m}}$$

Ex.: $\left(2^2\right)^4 = 2^{2 \cdot 4} = 2^8 = 256$

Nota:

Em algumas expressões podemos ter uma potência de ordem superior:

$$x^{n^m} = (x)^{n^m}$$

Ex.: $2^{3^4} = 2^{81}$

Veja que a resolução é feita de cima para baixo, ou seja, primeiro resolvemos 3^4.

2.4. Potência de um produto ou divisão

$$\boxed{(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n}$$

Ex.: $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$

$$\frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{1^3}{5^3} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{125} = \frac{8}{3375}$$

RADICIAÇÃO

A **radiciação** é uma operação matemática oposta à potenciação (ou exponenciação).

Para um número real ***a***, a expressão $\sqrt[n]{a}$ representa o único número real **x** que verifica **xⁿ = *a*** e tem o mesmo sinal que ***a*** (quando existe).

Assim temos: $\boxed{\sqrt[n]{a} = x \rightarrow x^n = a}$

onde:

a: radicando

n: índice do radical ($n \in N$ / $n \geq 1$)

x: raiz n-ésima de a

$\sqrt{\ }$: radical

Nota: Quando **n** é omitido, significa que **n** é igual a 2 e o símbolo de radical refere-se à raiz quadrada.

Ex.: $\sqrt{64} = 8$, pois $8^2 = 64$.

1. Propriedades

Para *a* e *b* positivos tem-se:

1.1. Radical de um produto

$$\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$$

Ex.: $\sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{4}.\sqrt{16} = 2.4 = 8$.

1.2. Radical de um quociente

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$$

Ex.: $\sqrt{\frac{36}{4}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$.

1.3. Radical de uma potência

Devemos conservar a base e dividir o expoente da potência pelo índice da raiz.

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

Ex.: $\sqrt[5]{3^4} = 3^{\frac{4}{5}}$.

1.4. Radical de outro radical

$$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}}$$

Ex.: $\sqrt[5]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[5 \cdot 3]{5} = \sqrt[15]{5}$

2. Racionalização de denominadores

Processo pelo qual se transforma uma fração em outra cujo denominador não tem radicais.

Exemplos:

a) $\frac{X}{\sqrt{b}} = \frac{X \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{X \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{X \cdot \sqrt{b}}{b}$.

b) $\frac{X}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{X}{\sqrt[n]{a^m}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{X \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$.

c) $\frac{X}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{X}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \cdot \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{X \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$.

Observação:

$\boxed{(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2}$

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Para resolvermos as expressões numéricas, devemos seguir a seguinte sequência de operações:

1. As potências e as raízes;
2. Os produtos e os quocientes, na ordem em que aparecem (esquerda para a direita);
3. As somas e as diferenças, em qualquer ordem;
4. Nas expressões que apresentarem parênteses, colchetes e chaves, devemos começar pelas expressões neles contidas, a partir do mais interno (parênteses).

Exercícios Resolvidos

7. Encontre o valor da expressão numérica:

15+[(3x6-2)-(10-6:2)+1]

Resolução:

15+[(3.6-2)-(10-6:2)+1] = 15+[(18-2)-(10-3)+1] =

15+[16-7+1] = 15+[9+1] = 15+10 = **25**

8. Encontre o valor da expressão numérica:

$[(\sqrt{16} : 2).3^2] : 2.(9 - 2^3)$

Resolução:

$[(\sqrt{16} : 2).3^2] : 2.(9 - 2^3)$ = [(4:2).9]:2.(9-8) =

[2.9]:2.1 = 18:2.1 = 9.1 = **9**

9. Encontre o valor da expressão numérica:

$$[(\mathbf{10}-\sqrt[3]{\mathbf{125}})^{\mathbf{2}}:(\mathbf{3}+\mathbf{2}^{\mathbf{3}}:\mathbf{4})]^{\mathbf{2}}$$

Resolução:

$[(\mathbf{10}-\sqrt[3]{\mathbf{125}})^{\mathbf{2}}:(\mathbf{3}+\mathbf{2}^{\mathbf{3}}:\mathbf{4})]^{\mathbf{2}}$ = $[(10-5)^2:(3+8:4)]^2$ =

$[5^2:(3+2)]^2 = [25:5]^2 = 5^2 =$ **25**

10. Encontre o valor da expressão numérica:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2}-\left(\frac{6}{5}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Resolução:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2}-\left(\frac{6}{5}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=\frac{4}{9}-\left(\frac{5}{6}\right)^{1}\cdot\left(\frac{2}{1}\right)^{3}=\frac{4}{9}-\frac{5}{6}\cdot 2^{3}=$$

$$\frac{4}{9}-\frac{5}{6}\cdot 8=\frac{4}{9}-\frac{40}{6}=\frac{8-120}{18}=-\frac{112}{18}=\frac{\mathbf{-56}}{\mathbf{9}}$$

TEORIA DOS CONJUNTOS

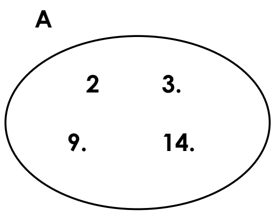
CONCEITO E PROPRIEDADES

É um ente primitivo, não existe uma definição precisa. Podemos dizer que conjunto é um agrupamento ou coleção de elementos distintos de mesma natureza.

Elementos são os componentes que compõem o conjunto.

Exemplos:

A = { 2;3;9;14} **ou**



Obs.:

- Os conjuntos são indicados por uma letra maiúscula do alfabeto latino;
- Os conjuntos podem ser representados por diagramas ou chaves (Compreensão ou extensão);
- Seus elementos são indicados por uma letra minúscula do alfabeto latino;
- Seus elementos são separados por vírgula ou ponto e vírgula.

Conjunto vazio: É um conjunto que não possui elementos. É indicado por **{ }** ou $\varnothing$.

Obs.: Nunca represente o conjunto vazio da seguinte maneira: **{** $\varnothing$ **}**.

Conjunto unitário: É o conjunto que possui um único elemento.

RELAÇÕES E OPERAÇÕES

RELAÇÕES

As relações dividem-se em:

Relação de Pertinência: É a relação entre conjunto e elemento:

Sinais de pertinência: $\in$, lê -se: “...pertence à...”
$\notin$, lê -se: “...não pertence à...”.

Relação de Inclusão: É a relação entre conjuntos (conjunto e conjunto).

Sinais de inclusão:
$\subset$ “... está contido ...”.
$\supset$, ‘... contém...”.
$\not\subset$, “... não está contido ...”.
$\supset$, “... não contém...”.

OPERAÇÕES

As operações nos conjuntos são:

União - Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Chamamos de A união com B ($A \cup B$), a criação de um novo conjunto C, tal que C tenha os elementos de A **ou** os elementos de B.

Intersecção - Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Chamamos de A intersecção com B ($A \cap B$), a criação de um novo conjunto C, tal que C tenha os elementos de A **e** B.

Diferença - Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Chamamos de diferença entre A e B (A - B), a criação de um novo conjunto C, tal que C tenha somente os elementos de A que não pertençam a B.

Exemplo: Considere os conjuntos

A = {2; 6; 8; 13},

B = {2; 7; 9;13} e

C = {12; 15; 16}, determine:

a) $A \cup B$ = {2; 6; 7; 8; 9; 13}

b) $A \cap B$ = {2; 13}

c) $A \cup C$ = {2; 6; 8; 12; 13; 15; 16}

d) $A \cap C = \varnothing$, pois não temos nenhum elemento em comum.

e) $B \cup C$ = {2; 7; 9; 12; 13; 15; 16}

f) $B \cap C = \varnothing$, pois não temos nenhum elemento em comum.

Obs.: Quando a intersecção de dois conjuntos for o conjunto vazio, dizemos que tais conjuntos são **conjuntos disjuntos.**

Portanto, no exemplo acima, temos que os conjuntos A e C, B e C são conjuntos disjuntos, pois a intersecção foi o conjunto vazio.

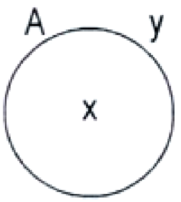
DIAGRAMA DE VENN

É a representação de um conjunto através de uma linha poligonal fechada. Os elementos que pertencem ao conjunto ficam dentro da região primitiva pela linha. Os elementos que não pertencem ao conjunto ficam fora dessa região.

Um elemento pertence a um conjunto se ele possui características a ser analisada. O conceito de pertencer é um conceito primitivo.

$x \in A$: lê-se "x pertence ao conjunto A"
$x \notin A$: lê-se "x não pertence ao conjunto A"

Exemplo:



- $x \in A$
- $y \notin A$.

CONJUNTO VAZIO

É um conjunto que não apresenta elementos. É representado por $\varnothing$ ou { }.

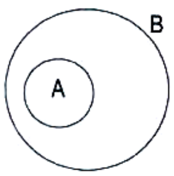
CONJUNTO UNIVERSO

É o conjunto ao qual pertencem todos os elementos que podem ser utilizados em um determinado estudo.

SUBCONJUNTO

Dizemos que A é um subconjunto de B ou, A está contido em B, se todos os elementos de A forem elementos de B.

- $x \in A \rightarrow x \in B$
- $A \subset B$ lê-se "A está contido em B".
- Todo A é B.



Propriedades: Dado um conjunto A, temos:

- $\varnothing \subset A$.
- $A \subset A$
- $A \subset B$ e $\subset D$, então $A \subset D$.

- **NÚMERO DE SUBCONJUNTO**

Para o conjunto A = {a, b, c} seus subconjuntos são:

- Com zero elemento: $\varnothing$
- Com 1 elementos: {a}, {b}, {c}
- Com 2 elementos: {a, b}, {a, c}, {b, c}
- Com 3 elementos: {a, b, c}

Observe que ilustrado as possibilidades e efetuando a contagem, temos 8 subconjuntos.

Para um conjunto com n elementos temos 2^n subconjuntos.

$n(P_{(A)}) = 2^n$

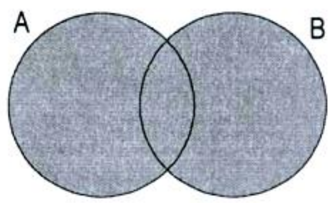
$n(P_{(A)}) = 2^n$ = número das partes de A ou número de subconjuntos de A.

UNIÃO DE CONJUNTOS

A união dos conjuntos A e B é o conjunto formado por elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

$x \in A \cup B \leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$

Podemos representar a união por:

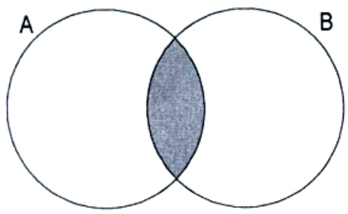


INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

A intersecção entre conjuntos A e B é o conjunto formado por elementos que pertencem a A e pertencem a B.

$x \in A \cap B \leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$

Podemos representar a intersecção por:



DIFERENÇA ENTRE CONJUNTOS

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por elementos que pertencem a A mas não pertencem a B.

$X \in A - B \leftrightarrow x \in A$ ou $x \notin B$

NÚMERO DE ELEMENTOS DA UNIÃO

Se $A \cup B$ representa a união entre conjuntos A e B e $n(A \cup B)$ representa o número de elementos da união, então:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

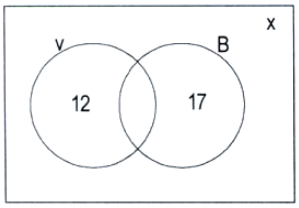
- **n(A):** número de elementos de A.
- **n(B):** número de elementos de B.
- **n($A \cap B$):** número de elementos comuns a A e B.

PROBLEMAS QUE ENVOLVEM TEORIA DOS CONJUNTOS

11. Numa classe de 50 alunos, 12 jogam vôlei e 17 jogam basquete e não jogam vôlei. Quantos alunos não jogam vôlei nem basquete? Considere que existem alunos que jogam ambos.

Solução: Os conjuntos abaixo representam:

V: os alunos que jogam vôlei.
B: os alunos que jogam basquete.

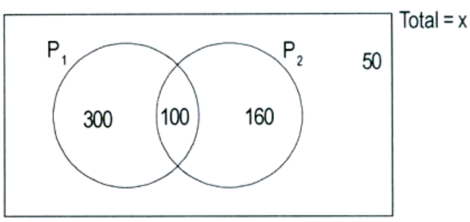


Total: 50

$12+17 + x = 50 \rightarrow \mathbf{x = 21}$

12. Uma prova era construída de 2 problemas. Sabe-se que 300 alunos acertaram apenas o primeiro problema, 260 acertaram o segundo, 100 alunos acertaram os dois e 210 erraram o primeiro. Quantos alunos fizeram a prova?

Solução:



- Começamos marcando a intersecção dos 2 conjuntos para não contarmos duas vezes esses elementos.
- Em seguida, sabe-se que 300 acertaram apenas P_1.
- Como 260 alunos acertaram P_2 e já contamos 100, concluímos que 160 alunos acertaram apenas P_2.
- Os alunos que erraram P_1 estão fora de P_1. Já contamos 160 fora de P_1, então 50 devem estar fora de P_1 e P_2.

$x = 300 + 100 + 160 + 50 \rightarrow \mathbf{x = 610}$

Total de alunos: 610

13. Dados os conjuntos: A = {5, x, 10, 13} e B = {9, x, 13, 25, y} e $A \cap B$ = {8, 10, 13}. Podemos concluir que $y^2 - x^2$ vale:

a) 36.
b) 25.
c) 16.
d) 81.
e) 64.

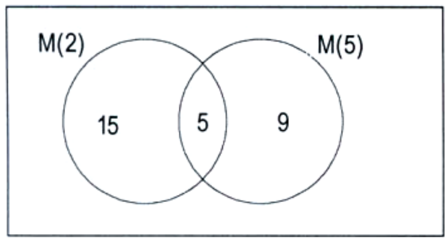
Solução: Os elementos em comum entre A e B são 8, 10 e 13. Portanto, x = 8 para que esteja em A e B. O elemento 13 foi dado em evidencia em comum. Portanto, y = 10.

$$y^2 - x^2 = 100 - 64 = \mathbf{36}.$$

Logo, a alternativa correta é a letra "**a**".

14. Em uma lista de número figuram 20 múltiplos de 2, 14 múltiplos de 5 e 5 múltiplos de 10. A lista não contém mais número algum. Quantos números têm ao todo na lista?

Solução: Os múltiplos de 10 são comuns aos múltiplos de 2 e 5.



Total = 29.

INTERVALOS NUMÉRICOS

Um intervalo representa uma variação. Dados dois números a e b, a < b, não podemos enumerar todos os valores reais existentes entre **a** e **b** pois são infinitos.

De uma maneira geral, podemos ter:

- **{$x \in$ IR/a ≤ x ≤ b} é o intervalo fechado de extremos a e b.**

  Notação: [a; b]

- **{$x \in$ IR/a < x < b} é o intervalo aberto de extremos a e b.**

  Notação:]a; b[

- **{$x \in$ IR/a ≤ x < b} é o intervalo fechado em a e aberto em b.**

  Notação: [a; b[

- **{x ∈ IR/a < x ≤ b} é o intervalo fechado em b e aberto em a.**

  Notação:]a; b]

Obs: intervalos infinitos

]a; +∞)

Observe que dado um número a, um x qualquer real pode assumir valores maiores, menores ou iguais a **a**. Essas desigualdades representam intervalos infinitos.

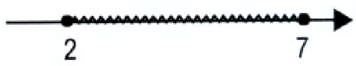
Exemplo

1. Dado os intervalos

A = [2, 5] e B]3, 7]

a) Represente-os na reta real.

b) Determine A ∪ B.



c) Determine A ∩ B

- São apenas os elementos em comum entre A e B.

d) Determine A – B

- São os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

e) Determine B – A

- São os elementos que pertencem a B e não pertencem a A.

Note que 3 e 5 não são inclusos nas diferenças.

QUESTÕES DE PROVAS DA FAPEC-MS

1. [Atendente Infantil-(NFC)-(M)-Pref. Munic. Bonito-MS/2015-FAPEC].(Q.21) Sendo os conjuntos A = {–5, –3, –1, 0, 2, 4} e B = {–2, –1, 0, 1, 2, 3} assinale a alternativa que indica A ∩ B.

a) {1, 2, 3}
b) {–5, 3}
c) {–1, 0, 2}
d) {0, 2, 3}
e) {–1, 1}

2. [Atendente Infantil-(NFC)-(M)-Pref. Munic. Bonito-MS/2015-FAPEC].(Q.24) Leonardo comprou uma caixa contendo 60 chicletes para distribuir igualmente entre seus 5 sobrinhos. A quantidade de chiclete que cada criança irá receber é de:

a) 10
b) 12
c) 9
d) 15
e) 14

3. [Atendente Infantil-(NFC)-(M)-Pref. Munic. Bonito-MS/2015-FAPEC].(Q.25) Calcule: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 13^0 - 2^1$

a) 3
b) 0
c) –1
d) 4
e) 6

Para responder às questões **4**, **5** e **6** seguintes, observe esta receita:

BOLO DE CHOCOLATE (serve 6 pessoas)
Ingredientes:
600 g de farinha de trigo 150 g de manteiga 50 gramas de achocolatado 2 ovos Um quarto de litro de leite 10 gramas de fermento em pó

4. [Aux. Serv. Gerais-(NF)-(M)-CRMV-MS/2014-FAPEC].(Q.21) Qual quantidade de leite será necessária para fazer um bolo para 30 pessoas, aumentando a receita, seguindo as medidas dadas?

a) Um litro.
b) Um litro mais um quarto de litro.
c) Um litro mais meio litro.
d) Dois litros.
e) Dois litros mais um quarto de litro.

5. [Aux. Serv. Gerais-(NF)-(M)-CRMV-MS/2014-FAPEC].(Q.22) Quantos bolos, para 6 pessoas cada um, poderão ser feitos no máximo com três quilogramas de farinha de trigo, seguindo fielmente as quantidades dadas em cada bolo?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

6. [Aux. Serv. Gerais-(NF)-(M)-CRMV-MS/2014-FAPEC].(Q.23) Dona Maria foi ao mercado e comprou 3 quilogramas de farinha de trigo, 3 tabletes de manteiga com 200 gramas cada, um pote de achocolatado com 500 gramas, uma dúzia de ovos, dois litros de leite e uma embalagem de 100 gramas de fermento em pó. Quantos bolos iguais ao descrito poderão ser feitos, no máximo, utilizando apenas as mercadorias compradas?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

GABARITOS (21 QUESTÕES)

1 CONJUNTOS NUMÉRICOS:

Inteiros, Fracionários. Operações: Adição, Subtração, Divisão, Multiplicação, Potenciação. Problemas Sobre as Operações: Adição, Subtração, Divisão, Multiplicação, Potenciação.

1	2	3	4	5	6
C	B	A	B	D	C

2 REGRA DE TRÊS SIMPLES

1	2
A	E

3 JUROS E DESCONTOS SIMPLES

1	2	3
D	B	E

4 EQUAÇÕES DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAUS

1	2	3	4
B	D	D	B

5 ELEMENTOS DE GEOMETRIA:

Triângulos, Quadriláteros, Cubo.

1	2	3	4
E	E	A	B

6 SISTEMAS DE MEDIDAS:

Comprimento, Área, Volume, Massa, Capacidade, Tempo, Sistema Monetário Brasileiro.

1	2
C	D